基于谐振器激励的轴承故障动力学建模研究

贾丰瑞,张保强,冯吴俊,罗华耿

(厦门大学航空航天学院,361000 厦门)

摘　要:考虑轴承故障动力学中的高频共振以及故障激励特点,提出一种模拟系统高频共振和过渡式故障激励的轴承故障动力学建模方法。基于赫兹接触理论,将轴承部件之间的连接简化为弹簧-阻尼结构,并加入谐振器以模拟故障的宽频激励所引起的系统高频共振,从而建立轴承六自由度动力学模型。另外,传统的故障瞬变激励方法难以反映滚动体经过滚道故障的过程,考虑到滚动体与故障接触的实际情况,给出一种过渡式的故障激励方法。以传动链平台上的6304深沟球轴承为例,对轴承外圈故障下的振动响应特性进行仿真和数据处理,其仿真结果与轴承故障实测信号对比相符,仿真信号故障一阶特征阶次与理论值误差约为0.016 7%,表明模型具有一定的准确性和可靠性。

关键词:滚动轴承;动力学建模;谐振器;故障激励;故障诊断

中图分类号:TH133.33　　**文献标志码:**A

Dynamic modeling method of bearing fault based on resonance changer excitation

JIA Fengrui,ZHANG Baoqiang,FENG Wujun,LUO Huageng

(School of Aerospace Engineering,Xiamen University,361000 Xiamen,China)

Abstract: Considering the characteristics of high frequency resonance and fault excitation in bearing fault dynamics,a bearing fault dynamics modeling method is proposed to simulate high frequency resonance and transient fault excitation of the system. Based on Hertz contact theory,the connection between bearing components is simplified to spring-damper structure,and resonance changer is added to simulate the high-frequency resonance of the system caused by wide-band excitation of faults,thus establishing a 6-DOF dynamic model of bearings. In addition,the traditional fault transient excitation method can not reflect the process of rolling element passing through the raceway fault. Considering the actual contact condition between rolling element and fault,a transitional fault excitation method is given. Taking 6304 deep groove ball bearing on drive chain platform as an example,the vibration response characteristics under bearing outer ring fault are simulated and data processed. The simulated results are consistent with the measured signal pairs of bearing faults. The error between the first-order characteristic order of the simulated signal

收稿日期:2022-03-24　　**修回日期:**2022-04-20

基金项目:中国航空发动机集团产学研合作项目(No. HFZL2020CXY009)

通信作者:张保强,副教授。E-mail:bqzhang@ xmu. edu. cn

引用格式:贾丰瑞,张保强,冯吴俊,等. 基于谐振器激励的轴承故障动力学建模研究[J]. 应用力学学报,2022,39(3):482-489,497.

JIA Fengrui,ZHANG Baoqiang,FENG Wujun,et al. Dynamic modeling method of bearing fault based on resonance changer excitation[J]. Chinese journal of applied mechanics,2022,39(3):482-489,497.

and the theoretical value is about 0.016 7% ,which shows that the model has certain accuracy and reliability.

Key words: rolling bearing; dynamic modeling; resonance changer; fault excitation; fault diagnosis

齿轮箱是传动链中的重要结构,而轴承是确保齿轮箱正常运行的关键组成部分。对于滚动轴承来说,建立有效的轴承故障仿真工程模型,对于分析轴承故障成因有着重要意义,为轴承故障诊断的深入研究提供了理论基础。

在轴承动力学理论研究方面,诸如疲劳、刚度、赫兹接触、游隙影响和冲击力影响等,选择合适的研究方法是轴承高效建模的重要手段。Sassi 等[1]通过分析轴承的动力学行为,将轴承建模为内圈-滚动体-外圈的三自由度模型,将油膜等效为弹簧阻尼结构,加入随机噪声并考虑经过故障的冲击力实现对故障轴承的仿真。Feng 等[2]基于赫兹接触建立了轴承四自由度模型,研究了轴承内外圈故障下的不同响应。Sawalhi 等[3]将齿轮箱轴承建模为五自由度模型,并对轴承矩形缺陷进行了优化。Patel 等[4]将滚动体质量纳入模型建立了六自由度轴-滚动体-轴承座模型,轴承部件之间为赫兹接触,用矩形缺陷的尺寸参数计算故障激励。Rehab 等[5]建立了轴承四自由度模型,研究了故障尺寸的变化对故障特征频率处幅值的影响。Mishra 等[6]对比了轴承五自由度模型、多体动力学模型和 ADAMS 仿真模型的故障响应,并通过实验数据证明了模型的准确性。Shah 等[7]利用轴承六自由度模型研究了干燥与润滑情况下轴承故障特征的区别。李志农等[8-9]改进故障模型为渐进模型,利用二自由度模型仿真验证了改进模型的正确性。王震等[10]研究了非规则故障模型及轴承故障参数对系统振动响应的影响。罗茂林等[11]将冲击力引入轴承动力学模型,并对轴承故障信号的双冲击特征进行了仿真。田晶等[12]利用轴承四自由度模型对中介轴承多点故障进行仿真,并对比了缺陷尺寸、载荷和转速比对故障特征的影响。

在齿轮箱系统中,如果齿轮发生缺齿、断齿等故障,故障信号主要集中在低频频段;而轴承故障往往会从轴承内部激发周期性冲击,这种周期性的冲击能够在整个系统的共振频带附近产生高频共振,所以根据这一特点,在齿轮箱的故障诊断中利用带通滤波器选择合理频段进行分析,能够获得更加明显的轴承故障信号,而传统的轴承二自由度、四自由度模型难以模拟轴承故障这一特点。因此,本研究在轴承四自由度动力学模型[2]基础上,水平和竖直方向上额外添加了两个谐振器来激励轴承在高频范围内的共振频带,并且给出一种更加合理的过渡式故障激励方法,利用数值方法求解得到外圈故障的轴承振动响应,与实测轴承故障信号进行对比,验证了模型的准确性,为滚动轴承的故障诊断提供参考。

1 轴承故障动力学建模

1.1 考虑谐振器的轴承集中参数模型

常见的滚动轴承几何参数如图 1 所示。图中,轴承外圈直径为 D_{o1},内圈直径为 D_{i1};轴承外滚道直径为 D_o,内滚道直径为 D_i;轴承节圆直径为 D_p,滚动体直径为 D_b,轴承径向游隙为 C_r。

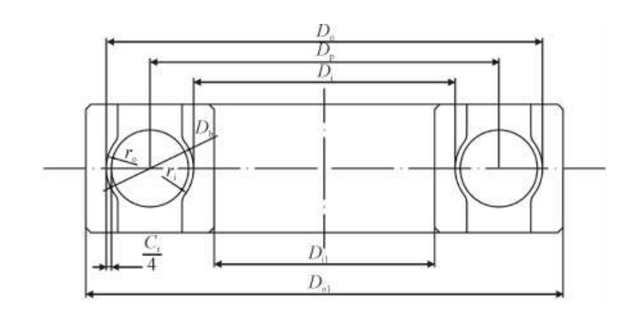


图 1 轴承几何参数

Fig. 1 Geometric parameters of bearing

集中参数模型主要考虑轴承部件的平面运动,轴承滚动体和滚道之间的接触以及轴承座的作用简化为弹簧阻尼结构,轴承部件围绕轴的旋转被假设为纯滚动,忽略了摩擦的作用,六自由度模型如图 2 所示。

模型中轴承受到的轴向力可以忽略不计,重点考虑滚动轴承横截面所在平面内的两个相互垂直的径向振动,轴承内圈固定在刚性转轴上,轴承外圈固定不发生转动。轴承的自由度完全集中在滚道上,便于确定作用在内圈上的时变轴承力,作用在轴承内外圈上的力取决于各个滚动体受力之和。

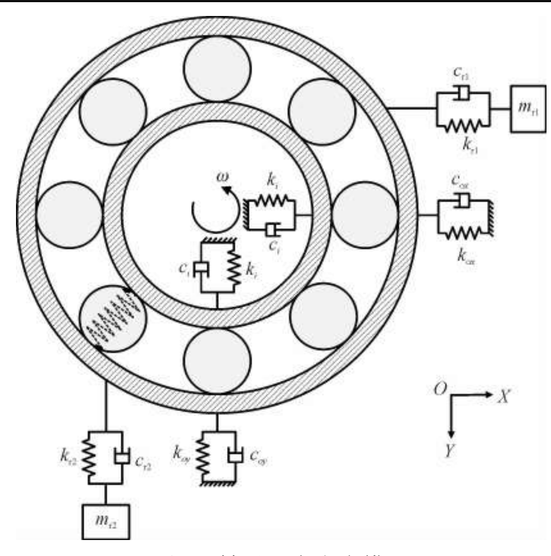


图 2　轴承六自由度模型

Fig. 2　Six degree of freedom model of bearing

设定径向平面竖直向下为 Y 轴正方向，水平向右为 X 轴正方向。考虑到滚动体与滚道的非线性接触，轴承六自由度动力学模型的动力学方程组为

$$m_i \ddot{x}_i + c_i \dot{x}_i + k_i x_i + F_{HX} = F_u \sin(\omega t) \quad (1)$$

$$m_i \ddot{y}_i + c_i \dot{y}_i + k_i y_i + F_{HY} = P + F_u \cos(\omega t) \quad (2)$$

$$m_o \ddot{x}_o + (c_{ox} + c_{r1}) \dot{x}_o + (k_{ox} + k_{r1}) x_o - k_{r1} y_{r1} - c_{r1} \dot{y}_{r1} = F_{HX} \quad (3)$$

$$m_o \ddot{y}_o + (c_{oy} + c_{r2}) \dot{y}_o + (k_{oy} + k_{r2}) y_o - k_{r2} y_{r2} - c_{r2} \dot{y}_{r2} = F_{HY} \quad (4)$$

$$m_{r1} \ddot{x}_{r1} + c_{r1}(\dot{x}_{r1} - \dot{x}_o) + k_{r1}(x_{r1} - x_o) = 0 \quad (5)$$

$$m_{r2} \ddot{y}_{r2} + c_{r2}(\dot{y}_{r2} - \dot{y}_o) + k_{r2}(y_{r2} - y_o) = 0 \quad (6)$$

式中：m_i 和 m_o 分别是轴承内圈与轴的等效质量和外圈与轴承座的等效质量；k_i 和 c_i 是轴的等效连接刚度和阻尼；k_{ox} 和 c_{ox} 分别是轴承座在水平方向上的等效连接刚度和阻尼；k_{oy} 和 c_{oy} 分别是轴承座在竖直方向上的等效连接刚度和阻尼；x_i 和 y_i 分别是内圈在水平和竖直方向上的位移；x_o 和 y_o 分别是外圈在水平和竖直方向上的位移；ω 是内圈转动的角速度(r/min)；P 是作用在轴上的负载；F_{HX} 和 F_{HY} 分别是内外圈与滚动体接触而产生的弹性恢复力在水平和竖直方向上的分力；F_u 是旋转轴偏心引起的离心力；m_{r1}，k_{r1}，c_{r1} 分别是水平方向上谐振器的质量、刚度和阻尼；m_{r2}，k_{r2}，c_{r2} 分别是竖直方向上谐振器的质量、刚度和阻尼；x_{r1} 是水平方向上谐振器的水平位移响应；y_{r2} 是竖直方向上谐振器的竖直位移响应。

设第一个滚动体的初始角位置 θ_1 为 0，滚动体个数为 N，保持架转动频率为 ω_{cage}，则第 i 个滚动体处在 t 时刻的角位置 θ_i 为

$$\theta_i = \frac{2\pi(i-1)}{N} + \omega_{cage} t \quad (7)$$

内滚道半径为 R_i，外滚道半径为 R_o，则保持架转动频率 ω_{cage} 为

$$\omega_{cage} = \omega \frac{R_i}{R_o + R_i} \quad (8)$$

轴承在运行时，第 i 个滚动体与内外圈接触产生的接触变形 γ_i 取决于轴承内外圈的相对位移以及径向游隙 C_r，内外圈的相对位移可由几何关系确定，故轴承滚动体接触变形量 γ_i 的取值由式(9)决定，即

$$\gamma_i = (x_i - x_o)\sin\theta_i + (y_i - y_o)\cos\theta_i - C_r \quad (9)$$

考虑到实际滚动体与滚道接触变形量不存在为负值的情况，即滚动体与内外滚道接触产生的接触变形 γ_i 恒大于等于 0，如式(10)所示。

$$\gamma_i = \begin{cases} \gamma_i, & \gamma_i > 0 \\ 0, & \gamma_i \leqslant 0 \end{cases} \quad (10)$$

轴安装误差引起偏心产生的离心力为

$$F_u = e m_i \omega^2 \quad (11)$$

其中 e 是偏心距。

当滚动体受载与滚道产生接触形变时，单个滚动体会给总的赫兹接触力一个增量，基于赫兹接触理论得到轴承内外滚道的等效接触刚度 K，滚动体的赫兹接触力在 X 轴和 Y 轴的分量分别为

$$F_{HX} = K \sum_{i=1}^{N} \gamma_i 1.5 \sin\theta_i \quad (12)$$

$$F_{HY} = K \sum_{i=1}^{N} \gamma_i 1.5 \cos\theta_i \quad (13)$$

根据赫兹接触力的定义可以发现，滚动体被等效为非线性弹簧，通过计算时变的赫兹接触力可以分析正常状态下轴承运行时的变柔度振动。

1.2　过渡缺陷的模拟方法

传统的故障模型为瞬变激励的矩形缺陷，当滚动体进入故障的瞬间就释放出所有形变量，如图 3(a)所示；而实际的轴承故障缺陷形状呈半椭球形凹坑，当滚动体进入缺陷时，形变量释放的过程应该是缓慢过渡的[13]。本研究的故障模拟采用一种新的过渡故障激励，如图 3(b)所示。

以工程中轴承常见的外圈故障为例，基于滚动体与缺陷实际接触的几何关系对轴承故障进行建模。将故障模拟为具有椭球形状的凹陷，本质上是通过游隙的变化来表征故障，建模时能够在仿真参数上更直观地反映故障的不同程度。下面分析滚动轴承滚道上的局部故障。

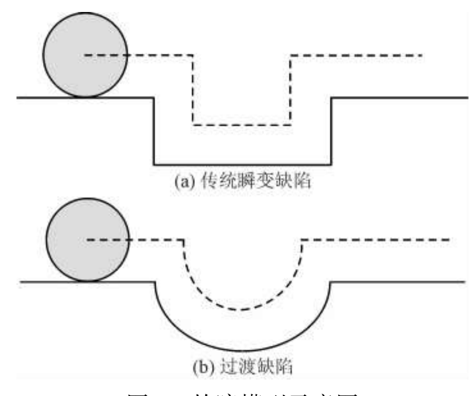


图 3　故障模型示意图

Fig 3　Schematic diagram of fault model

滚动轴承在运行时，滚动体能否接触到故障底部，对滚动体形变的释放量有着很大影响，滚动体进入外圈故障处局部放大如图 4 所示。

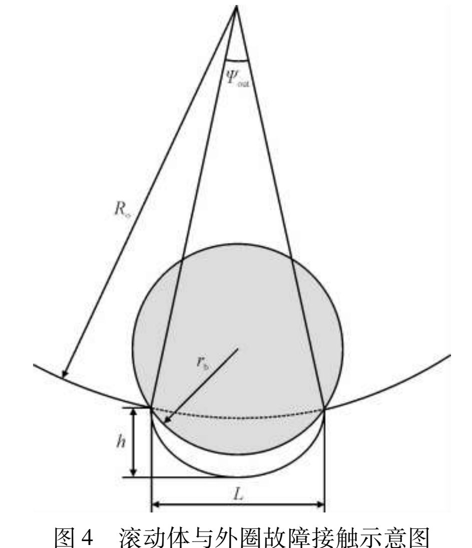


图 4　滚动体与外圈故障接触示意图

Fig. 4　Schematic diagram of faulty contact between rolling element and outer race

当滚动体进入故障区域时，滚动体与滚道接触瞬时消失，当其离开故障区域时，滚动体与滚道接触恢复，接触的消失和恢复来源于局部故障造成的变化。具体地，当引入故障后，轴承滚动体接触变形量 γ_i 的取值将由式(14)决定。

$$\gamma_i = (x_i - x_o)\sin\theta_i + (y_i - y_o)\cos\theta_i - C_r - H \tag{14}$$

其中 H 是轴承滚动体在经过故障时陷入故障的距离。由于轴承在运行时的内外圈的运动不同，对于不同类型的轴承故障 H 也有着不同取值。

滚动体进入故障时释放的形变量 H_0 的取值与滚动体与故障的几何关系相关。考察故障处的几何关系，当故障深度 h 足够大时，H_0 的值为滚动体形变量 C_b 与外圈形变量 C_{out} 相减；当故障深度 h 较小时，H_0 的值为故障深度 h，如式(17)所示。

$$C_b = r_b - \sqrt{r_b^2 - \frac{L^2}{4}} \tag{15}$$

$$C_{out} = \frac{D_o}{2} - \sqrt{\frac{D_o^2}{4} - \frac{L^2}{4}} \tag{16}$$

$$H_0 = \begin{cases} C_b - C_{out}, & 8r_b h \geqslant 4h^2 + L^2 \\ h, & 8r_b h < 4h^2 + L^2 \end{cases} \tag{17}$$

ψ_{out} 为轴承故障所对应的轴承圆心角度，可根据几何关系由式计算。

$$\psi_{out} \approx \frac{2L}{D_o} \tag{18}$$

故考虑滚动体进入和驶出缺陷时形变量的释放过程，当轴承外圈发生故障时，滚动体陷入故障的距离 H 根据式(19)取值。

$$H = \begin{cases} \dfrac{H_0\left[\cos^2(\theta_i - \varphi_{out}) - \cos^2\left(\dfrac{\psi_{out}}{2}\right)\right]}{\sin^2\left(\dfrac{\psi_{out}}{2}\right)}, & \cos(\theta_i - \varphi_{out}) \geqslant \cos\left(\dfrac{\psi_{out}}{2}\right) \\ 0, & \text{others} \end{cases} \tag{19}$$

式中：φ_{out} 为外圈故障位置角度，由于轴承外圈固定，所以 φ_{out} 为一常数。

将故障引入轴承六自由度动力学方程组实现轴承故障动力学建模，利用四阶龙格库塔法求解可以得到轴承在故障状态下运行的振动响应。

2　仿真计算与实验验证

为验证轴承故障仿真模型的正确性，采用实验室传动链平台的齿轮箱实测故障信号与仿真信号进行对比。传动链平台由驱动电机、锥齿轮箱系统、平行轴齿轮箱系统和行星齿轮箱系统组成，故障试验件为 NSK 公司生产的 6304 轴承，如图 5 所示。

采用光电传感器测量轴速，压电振动加速度传感器测量振动信号，采样频率 51.2 kHz。试验件的基本参数如表 1 所示。

实验台参数如下：内圈与齿轮轴轴质量 m_i 为 0.9 kg，外圈与轴承座质量 m_o 为 5.5 kg，故障的宽度

L 与深度 h 均为 1 mm。实验中齿轮箱没有连接负载，故负载 P 大小等于内圈与齿轮轴的重力。6304 轴承所在轴的转速为 1 179.31 r/min，即转频 f_r 为19.66 Hz。

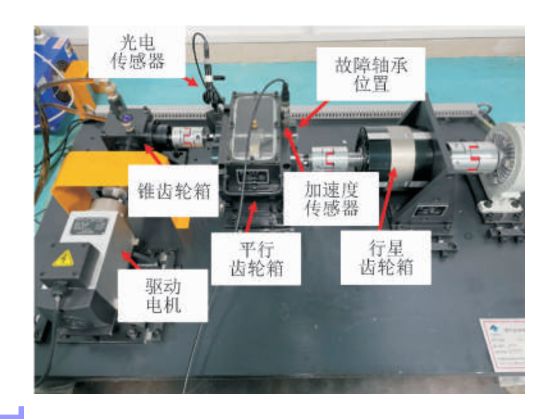


图 5　传动链实验平台

Fig. 5　Transmission chain experiment platform

表 1　6304 轴承试验件基本参数

Tab. 1　Basic parameters of 6304 bearing

参数	数值
D_{i1}/mm	20
D_{o1}/mm	52
D_b/mm	9.525
D_p/mm	36
滚动体数目	7

为提高轴承模型的准确性，通过有限元建模得到实验台的部分参数。利用 ANSYS Workbench 19.0 的静力学模块对轴和齿轮箱进行有限元分析以得到建模参数，如图 6、图 7 所示。有限元计算得到轴的刚度 k_i 为 3.419×10^6 N/m，齿轮箱水平方向上的刚度 k_{ox} 为 3.677×10^9 N/m，竖直方向上的刚度 k_{oy} 为 9.326×10^9 N/m。

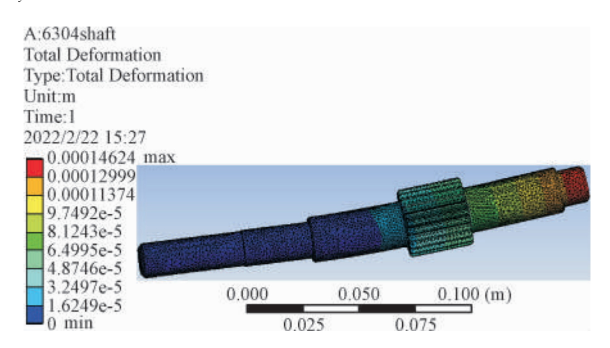


图 6　轴位移云图

Fig. 6　Deformation nephogram of shaft

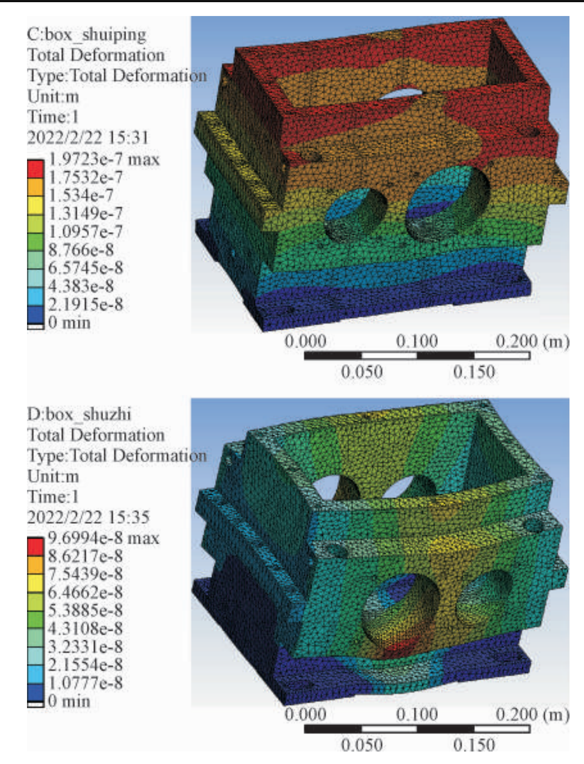


图 7　齿轮箱位移云图

Fig. 7　Deformation nephogram of gear box

轴承外圈故障频率对轴速归一后的阶次由式(20)计算得到。

$$\frac{f_{BPFO}}{f_r}=\frac{1}{2}Z\left(1-\frac{D_b}{D_p}\right)=2.573\ 96 \tag{20}$$

其中 Z 是轴承滚动体数目。

通过故障轴承处加速度传感器测得原始信号的频谱如图 8 所示。

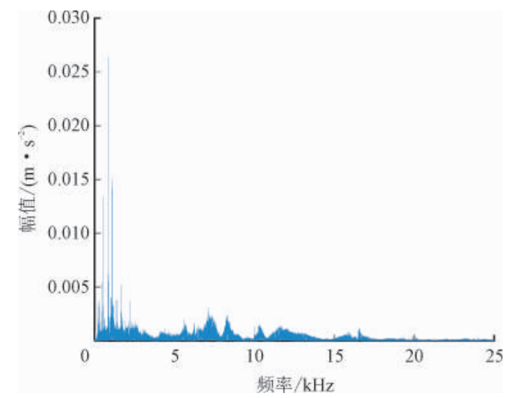


图 8　外圈故障实测信号频谱图

Fig. 8　Frequency domain spectrum of outer race fault measured signal

图 8 中在 0～1.8 kHz 的范围内可以看见分布较为明显的共振频带，低频共振频带与高频共振频带相比幅值较大。为验证轴承故障信号特点，分别选取 0～5 kHz，5～10 kHz 和 10～15 kHz 的共振频带进行带通滤波求包络谱，结果如图 9 所示。

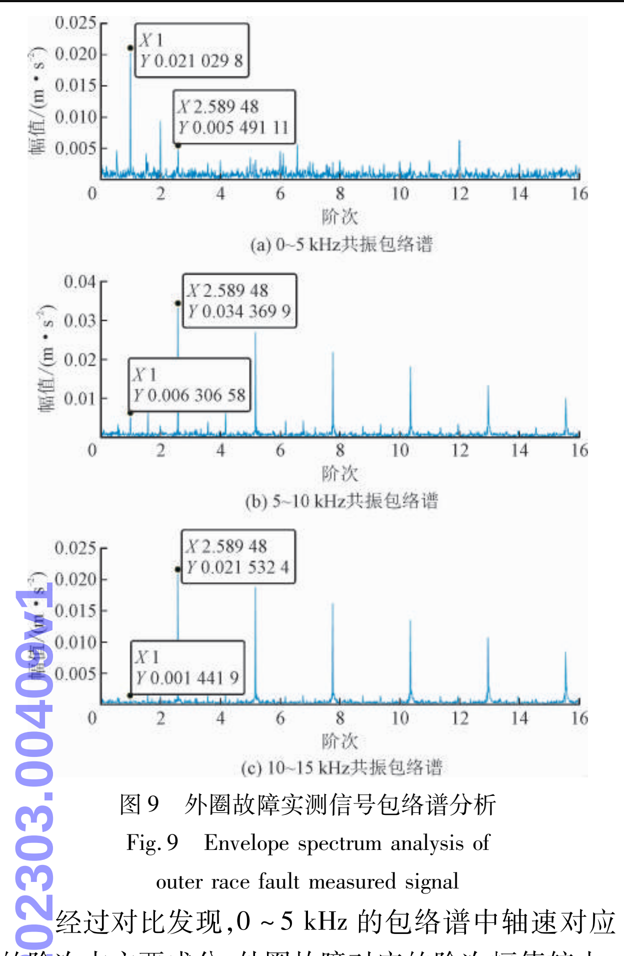


图 9　外圈故障实测信号包络谱分析

Fig. 9　Envelope spectrum analysis of outer race fault measured signal

经过对比发现,0 ~ 5 kHz 的包络谱中轴速对应的阶次占主要成分,外圈故障对应的阶次幅值较小,无明显的外圈故障特征,难以通过包络谱判断轴承的故障;5 ~ 10 kHz 和 10 ~ 15 kHz 对应的包络谱均可以看见幅值较大的外圈故障阶次,外圈故障特征较为明显。与 10 ~ 15 kHz 共振频带对应的包络谱相比,5 ~ 10 kHz 共振频带对应的包络谱幅值更大,特征更明显。这是因为频谱图上 5 ~ 10 kHz 对应的共振频带幅值更高,包含的冲击信号更加丰富。

对比分析表明,轴承故障冲击会激起系统的高频共振。对高频共振频带的包络信号进行频谱分析是提取轴承故障特征的有效手段,同时也说明了引入谐振器模拟系统高频共振的重要性[13]。

根据实测轴承故障信号特点,设置谐振器的共振频率为 7.5 kHz。初始位移与速度均为 0,利用四阶龙格库塔法求解动力学方程组得到各个自由度上的位移、速度和加速度,以竖直方向上谐振器的加速度作为响应信号进行分析。

仿真计算轴承的稳态响应信号加入信噪比 15 db的高斯白噪声,取 5 s 与轴承外圈故障实测信号归一化后进行对比,仿真信号与实测信号的时域如图 10 所示。

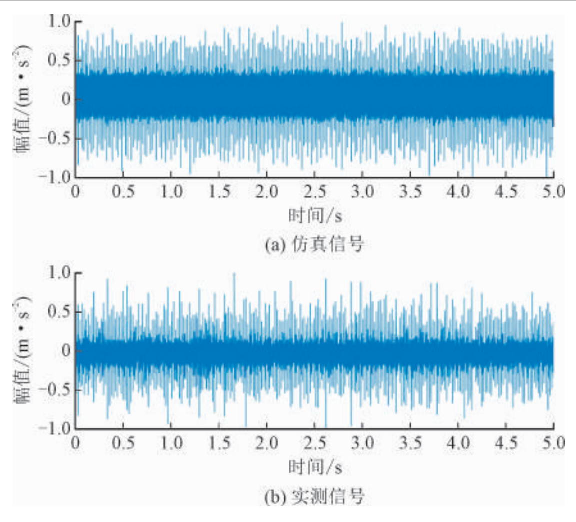


图 10　外圈故障信号时域图

Fig. 10　Time domain spectrum of outer race fault signal

从时域信号图中可以看出,仿真与实测外圈故障信号在时域上都具有周期性冲击。实测的齿轮箱轴承信号大致上与仿真信号一致。对 2.3 ~ 2.5 s 的时域信号进行细节对比分析,如图 11 所示。

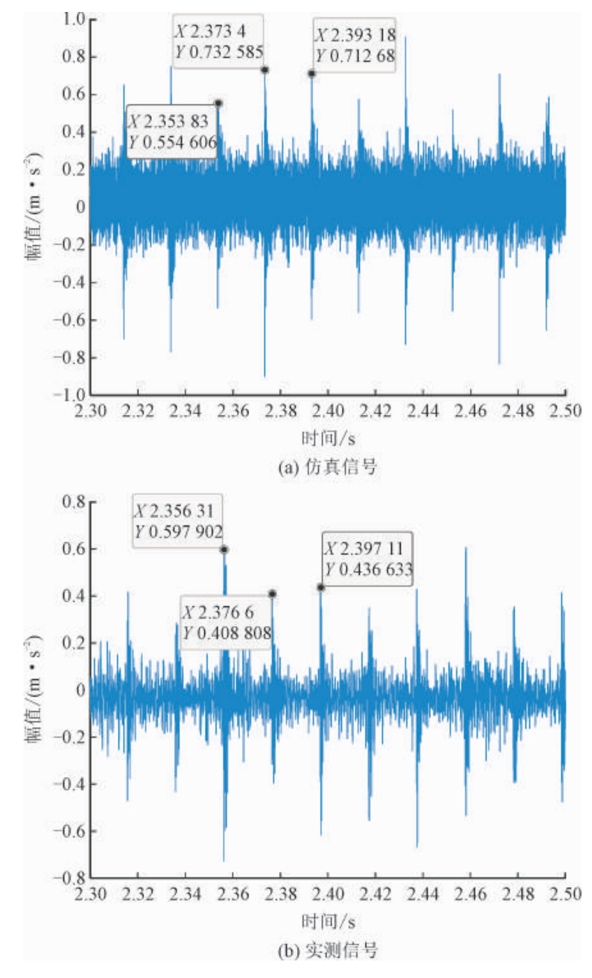


图 11　外圈故障信号细节对比

Fig. 11　Time domain signal detail comparison of outer race fault

6304 轴承在转频 19.66 Hz 下的外圈故障频率在时域上对应的理论冲击周期为 0.019 8 s，图中仿真与实测信号在时域上的冲击间隔都满足这一特点，证明了仿真信号时域上的合理性。

峭度(Kurtosis)是幅值归一化的四阶中心矩，也是对冲击信号敏感的统计指标。谱峭度(Spectrum Kurtosis，SK)能够反映不同频率下瞬态冲击的强弱，为求包络谱中心频率和带宽的选择提供重要参考，仿真信号的快速谱峭度如图 12 所示。

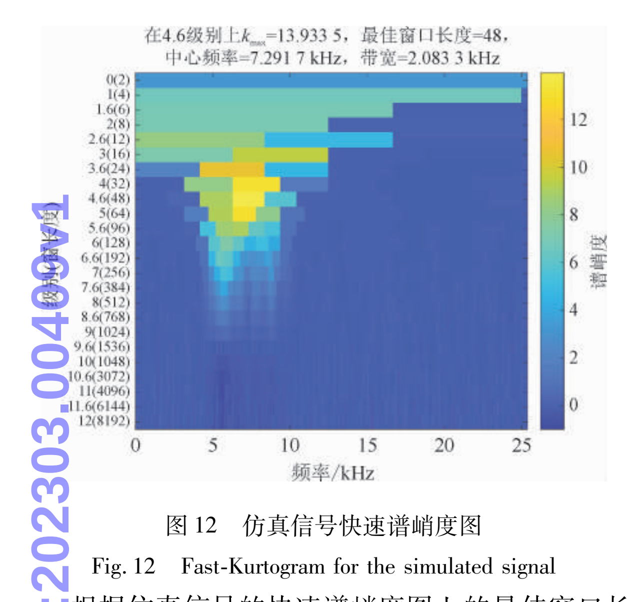


图 12　仿真信号快速谱峭度图

Fig. 12　Fast-Kurtogram for the simulated signal

根据仿真信号的快速谱峭度图上的最佳窗口长度绘制信号谱峭度，如图 13 所示。故障冲击信号在谐振器激起的以 7.5 kHz 为中心的高频共振频带更加丰富，证明了谐振器的存在能够模拟故障激起的系统高频共振，与实际轴承故障机理更加吻合。

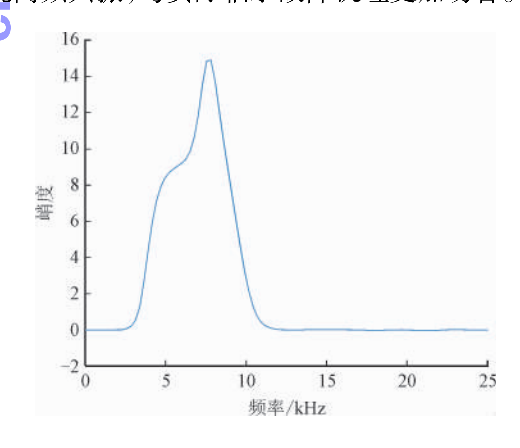


图 13　仿真信号谱峭度

Fig. 13　Spectrum kurtosis for the simulated signal

为进一步验证仿真信号的准确性，对归一化后的仿真与实验信号进行包络谱分析，仿真轴承外圈故障信号包络谱和实测轴承外圈故障包络谱如图 14 所示。

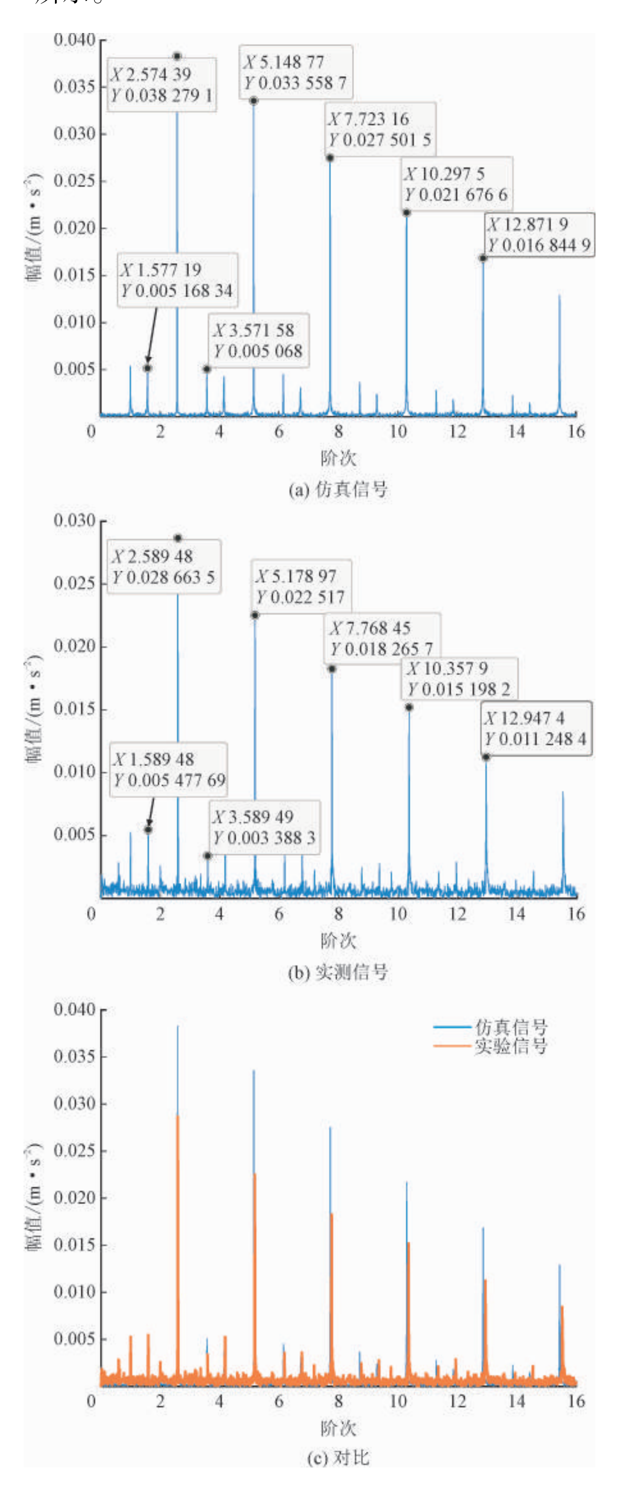


图 14　外圈故障信号包络谱

Fig. 14　Envelope spectrum of outer race fault signal

如图 14(b)所示，实测信号的外圈故障特征表现为包络谱存在外圈故障特征阶次及其高阶谐波，幅值随阶次增大而递减，且由于轴偏心距的影响，故障特征被轴速调制，表现为存在转频阶次间隔的旁瓣，旁瓣幅值相对较小。图 14(a)中仿真信号同样

存在对应的故障特征阶次与转频阶次的旁瓣。

如图 14(c)所示,与实测信号相比,仿真信号包络谱的幅值较大,主要原因是传动链实验平台结构复杂,存在诸如轴偏心、齿轮啮合等耦合振动产生的干扰;从图 14(b)的包络谱中也不难发现,实测信号存在较多噪声;二者故障特征阶次值吻合较好,符合轴承外圈故障的振动信号特点。

由式(20)计算可得外圈故障对应的一阶特征阶次 2.573 96,二阶特征阶次 5.141 92、三阶特征阶次7.721 88、四阶特征阶次 10.2958 4、五阶特征阶次 12.869 8。计算仿真信号和实验信号的特征阶次与理论值的相对误差如表 2 所示。

表 2 仿真与实测信号阶次相对误差

Tab. 2 Relative error of order between simulated and measured signal

阶次	相对误差/%	
	仿真信号	实测信号
一阶	0.016 7	0.603 0
二阶	0.016 5	0.603 2
三阶	0.016 6	0.603 1
四阶	0.016 1	0.602 8
五阶	0.016 3	0.603 0

计算表明,仿真信号的特征阶次与理论值误差较小,而实测信号特征阶次与理论值存在一定的偏差。主要原因是轴承在实际运行中,滚动体在滚道中并非做纯滚动运动,而是受轴承游隙和润滑条件的影响与滚道存在相对滑动。

对比分析发现,仿真信号与实测信号故障特征相同,故障特征阶次相一致,幅值较为接近,结果表明针对齿轮箱轴承的故障建模是准确有效的。

3 结 论

本研究基于赫兹接触理论,分析滚动体与故障的局部接触,建立了集中参数的轴承故障模型,引入谐振器以模拟轴承故障激起的齿轮箱部件的高频振动。对实验室传动链平台的齿轮箱进行参数识别,得到轴和齿轮箱在水平及竖直方向上的刚度。以 6304 轴承外圈故障为例,代入各项参数进行仿真计算,得到了与理论轴承故障特征相一致的结果。

将实测轴承故障信号与仿真信号进行对比分析,轴承的时域信号及包络谱与仿真信号吻合较好。计算得到的仿真信号故障一阶特征阶次与理论值误差约为 0.016 7%,证明了模型具有一定的准确性和可靠性。该模型结构较简单且计算速度快,针对不同尺寸的轴承能够快速产生相应故障信号,为轴承故障数据库的建立提供了便利,对于理解轴承故障冲击振动的成因也提供了分析参考。

参考文献

[1] SASSI S, BADRI B, THOMAS M. A numerical model to predict damaged bearing vibrations[J]. Journal of vibration and control, 2007,13(11):1603-1628.

[2] FENG N S, HAHN E J, RANDALL R B. Using transient analysis software to simulate vibration signals due to rolling element bearing defects[C]//Proceedings of the 3rd Australian Congress on Applied Mechanics. Sydney:[s. n.],2002: 689-694.

[3] SAWALHI N, RANDALL R B. Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults(Part Ⅰ):The combined gear bearing dynamic model and the simulation of localised bearing faults [J]. Mechanical systems & signal processing,2008,22(8):1924-1951.

[4] PATEL V N, TANDON N, PANDEY R K. Vibration studies of dynamically loaded deep groove ball bearings in presence of local defects on races[J]. Procedia engineering,2013:1582-1591.

[5] REHAB I, TIAN X, GU F, et al. A study of diagnostic signatures of a deep groove ball bearing based on a nonlinear dynamic model [C]//International Conference on Automation & Computing. Glasgow:IEEE,2015.

[6] MISHRA C, SAMANTARAY A K, CHAKRABORTY G. Ball bearing defect models:A study of simulated and experimental fault signatures[J]. Journal of sound and vibration,2017,400:86-112.

[7] SHAH D S, PATEL V N. A dynamic model for vibration studies of dry and lubricated deep groove ball bearings considering local defects on races[J]. Measurement,2019,137:535-555.

[8] 李志农,李云龙,任帅,等. 局部点蚀故障滚动体的滚动轴承动力学模型研究[J]. 振动工程学报,2020,33(3):597-603.
LI Zhinong, LI Yunlong, REN Shuai, et al. Research on dynamic model of rolling bearing with local pitting fault in rolling bearing element[J]. Journal of vibration engineering,2020,33(3):597-603 (in Chinese).

[9] 李云龙,李志农,陶俊勇,等. 考虑渐进变形和润滑剂的滚动轴承外圈单点故障动力学模型[J]. 轴承,2021(9):14-19.
LI Yunlong, LI Zhinong, TAO Junyong, et al. Dynamic model of rolling bearing with single point fault in outer ring considering progressive deformation and lubricant[J]. Bearing,2021(9):14-19 (in Chinese).

(下转第 497 页)